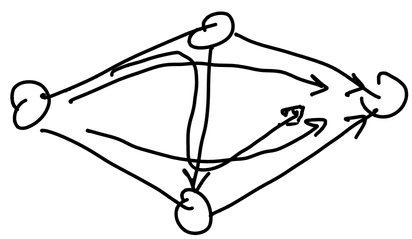
Лекция 4. Двухстадийная модель равновесного распределения трансп. потоков.

$G = \langle V, E, P, \{\tau_e(f_e)\}_{e\in E}\rangle$



$e \in E$ – ребро

f_e – поток на ребре

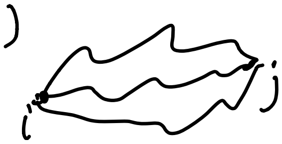
$p \in P$ – путь

$w \in OD$ – корресп.

$\parallel$

(i, j)

P_w



$f_e = \sum_{p\in P} \delta_{ep} x_p$

$f = \Theta x$, $\Theta = \|\delta_{ep}\|_{e\in E,\ p\in P}$, $\delta_{ep} = \begin{cases} 1, & e \in p \\ 0, & e \notin p \end{cases}$

$d_{ij} = d_w$, $w \in OD$

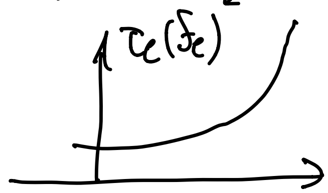
$\{d_w\}_{w\in OD}$: $\boxed{\sum_w d_w = 1}$

x_p – поток на пути p

$X(d) = \{ x = \{x_p\}_{p\in P} \geq 0 :$

$\sum_{p\in P_w} x_p = d_w,\ w \in OD \}$

$\tau_e(f_e)$



Вход: G, $\{d_w\}_{w\in OD}$, Θ

$f(x(d))$ – модель Бэкмана $\underline{f(d)}$

$$\sum_{e\in E} \int_0^{f_e} \tau_e(z)\,dz \to \min$$

$$f = \Theta x$$

$$x \in X(d)$$

1 блок.

$$+ \gamma \sum_{w\in OD} \sum_{p\in P_w} x_p \ln(x_p/d_w)$$

$$(*)\quad \min_{\substack{f=\Theta x\\ x\in X(d)}} \sum_{e\in E} \underbrace{\int_0^{f_e} \tau_e(z)\,dz}_{\sigma_e(f_e)} = \max_{\substack{t_e\in \mathrm{dom}\,\sigma_e^*\\ e\in E}} \Big\{ \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij}\, T_{ij}(t) - \sum_{e\in E} \sigma_e^*(t_e) \Big\}$$

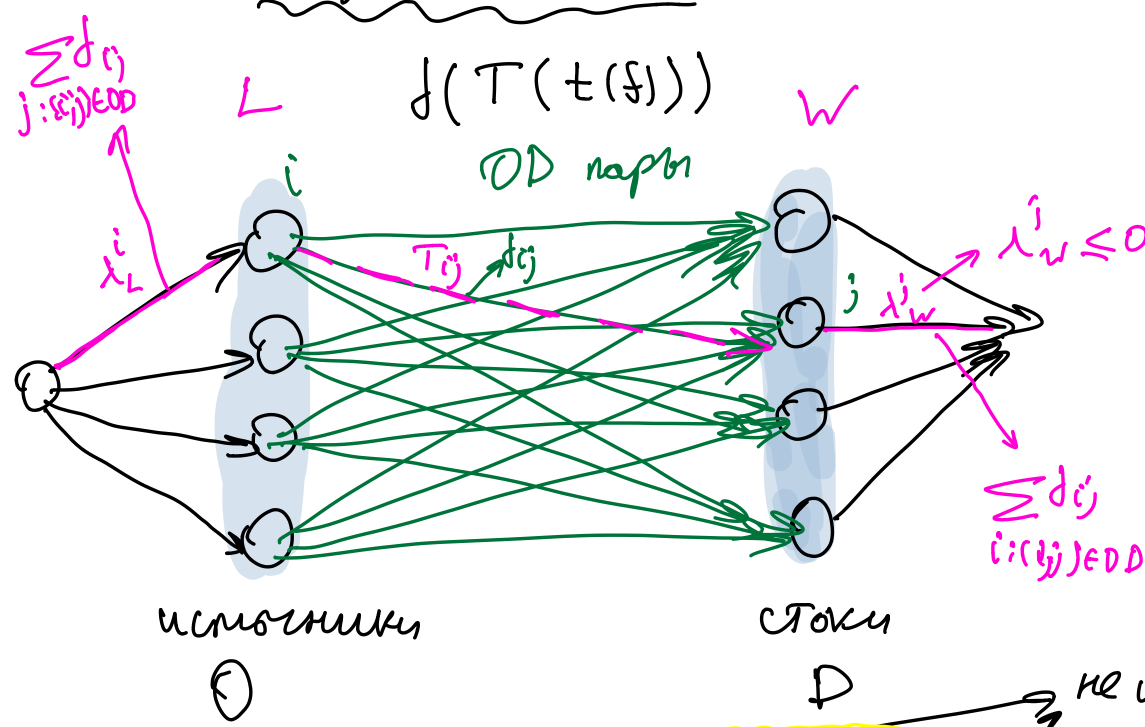
$$\sigma_e^*(t_e) = \max_{f_e\geq 0} \{ t_e f_e - \sigma_e(f_e) \}$$

$d \to t \to T$

$$T_{ij}(t) = \min_{p\in P_{ij}} \sum_{e\in E} \delta_{ep} t_e$$ – можно посчитать алг. Дейкстры

$$T = \{T_{ij}\}_{(i,j)\in OD}$$

Модель Вильсона.



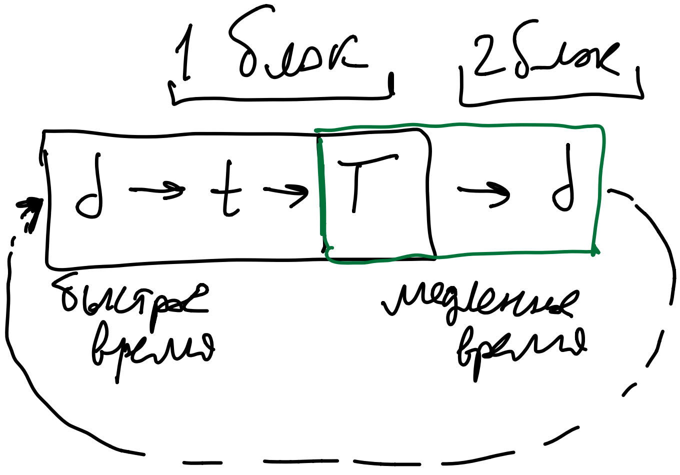
не известны

$$\min_{\substack{d_{ij}\geq 0\\ (i,j)\in OD}} \Big\{ \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} T_{ij} + \sum_i \lambda_L^i \sum_j d_{ij} + \sum_j \lambda_W^j \sum_i d_{ij} + \gamma \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} \ln d_{ij} \Big\} \Big/ \text{2 блок}$$

$$\sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} = 1$$

$T \to d$

(1')



$(1'')$
$$\begin{array}{l|l} \lambda_L^i & \sum_j d_{ij} = L_i \text{ — известны} \\ \lambda_W^j & \sum_i d_{ij} = W_j \end{array}$$

$$\sum_i \lambda_L^i \Big(\sum_j d_{ij} - L_i\Big)$$
$$\sum_j \lambda_W^j \Big(\sum d_{ij} - W_j\Big)$$

$(1) = (1') + (1'')$

$$\underbrace{d^{k+1} = d(t(T(d^k)))}$$

Уточнение модели Вильсона

$$\min_{d_{ij} \geq 0} \Big\{ \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} T_{ij} + \gamma \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} \ln d_{ij} \Big\} \qquad (2)$$

$(1) \equiv (2)$

$$\sum_j d_{ij} = L_i, \quad i \in O$$
$$\sum_i d_{ij} = W_j, \quad j \in D$$
$$\sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} = 1$$

$d \in (L, W)$

$$\sum_i L_i = \sum_j W_j = 1$$

$d \to t \to T$ // max задача

$$\min_{\substack{d_{ij} \geq 0 \\ d \in (L,W)}} \Big\{ \max_{\substack{t_e \in \operatorname{dom} \sigma_e^* \\ e \in E}} \Big\{ \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} T_{ij}(t) - \sum_{e\in E} \sigma_e^*(t_e) \Big\} + \gamma \sum_{(i,j)\in OD} d_{ij} \ln d_{ij} \Big\}$$

$T \to d$ // min задача